

Descripción y Valuación de los "Value Recovery Rights" de los Bonos Brady a la Par y a Descuento

Alejandro Díaz de León Carrillo*

Agosto de 1997

Documento de Investigación No. 9703

Dirección General de Investigación Económica

BANCO DE MEXICO

* (Los puntos de vista expresados en este documento son del autor y no necesariamente reflejan los del Banco de México. Los errores u omisiones en el presente documento son responsabilidad exclusiva del autor. Agradezco la colaboración de Beatriz Laviada, Eduardo Acuña y Raúl Martínez-Ostos en la elaboración de este documento.)

Descripción y Valuación de los "Value Recovery Rights" de los Bonos Brady a la Par y a Descuento

Alejandro Díaz de León Carrillo

Agosto de 1997

Documento de Investigación No. 9703

RESUMEN

Los bonos Brady emitidos por el Gobierno Mexicano en 1990, como producto de la renegociación de la deuda externa, contemplan el pago de derechos contingentes a los ingresos por exportaciones petroleras. Estos derechos son conocidos como "Value Recovery Rights" (VRRs) y contemplan pagos trimestrales entre junio de 1996 y diciembre del 2019. Debido al comportamiento reciente de los precios del petróleo, el valor de estos derechos ha cobrado mayor importancia. El objetivo del presente trabajo es describir y valorar los mencionados VRRs a través de la teoría de opciones. El valor de los VRRs es considerable, a finales de mayo de 1997 oscilaba alrededor de 32,000 dólares por millón de VRRs, que en la actualidad en su conjunto equivalen a aproximadamente 900 millones de dólares, a lo cual corresponde un rendimiento porcentual adicional para los bonos a la par de entre 3.01% y 3.45% y para los bonos a descuento de entre 4.64% y 5.30%. El valor de los VRRs responde al comportamiento de los precios del petróleo en el futuro y a los volúmenes de exportación. Por ello, si se busca reducir el costo de la deuda pública, el Gobierno podría llevar a cabo diferentes alternativas de recompra de bonos Brady en función de sus expectativas sobre la evolución de los precios y volúmenes de exportación de petróleo que se tenga proyectado.

CONTENIDO

1. Introducción

2. Descripción de los "Value Recovery Rights" (VRRs)

2.1 Límite respecto a los ingresos totales

2.2 Límite de pago máximo por trimestre

3. Valuación de los "Value Recovery Rights" (VRRs)

3.1 Metodología para valorar los VRRs

3.1.1 Límite respecto a los ingresos totales

3.1.2 Límite de pago máximo por trimestre

3.2 Consideraciones teóricas sobre la valuación de los VRRs

3.3 Análisis sobre las principales variables que determinan el valor de los VRRs

3.3.1 Estimación del "convenience yield" y sus propiedades

3.3.2 Propiedades del precio del petróleo

3.3.3 Características de la volatilidad de los precios del petróleo

3.3.3.1 Propiedades estadísticas de la volatilidad histórica del precio de la mezcla mexicana

3.3.3.2 Estimación de la volatilidad implícita en los precios de las opciones sobre los futuros del precio del petróleo.

3.4 Valuación de los VRRs a través de la valuación de opciones sobre promedios geométricos de variables aleatorias que siguen un proceso estocástico "Browniano"

4. Conclusiones

Referencias

ANEXO 1

Consideraciones teóricas sobre la valuación de los VRRs

ANEXO 2

Descripción y Valuación de los "Value Recovery Rights" de los Bonos Brady a la Par y a Descuento

1. Introducción

En septiembre de 1989 el Gobierno Mexicano, por conducto de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), ofreció a sus acreedores un paquete de alternativas para refinanciar su deuda externa. El objetivo era reducir la carga que su servicio imponía para las finanzas públicas, así como sentar las bases para recuperar el crecimiento económico. En ese entonces, la deuda externa se caracterizaba por la heterogeneidad de sus términos y su poca liquidez, ya que los principales acreedores del gobierno mexicano eran los bancos comerciales internacionales.

El paquete financiero ofrecido por el gobierno mexicano para reestructurar sus adeudos con la banca internacional fue el producto de intensas negociaciones entre los representantes nacionales, los principales bancos acreedores y distintos organismos internacionales. Dicho paquete buscaba cambiar la composición de la deuda externa del sector público con la banca comercial, la cual ascendía aproximadamente a 52 mil millones de dólares (m.m.d.). El paquete financiero consistía en ofrecer a los bancos acreedores diferentes alternativas para refinanciar los créditos otorgados al Gobierno Mexicano. Se ofrecieron tres alternativas:

1. Intercambio de deuda por un bono a descuento emitido el 28 de marzo de 1990 y con vencimiento el 31 de diciembre del 2019, el cual incluía una reducción del 35% del principal y paga la tasa de Libor más 13/16. El pago del principal se realiza al vencimiento del bono y éste se encuentra respaldado por completo con bonos del Tesoro de los Estados Unidos. Por otro lado, también cuenta con colateral que garantiza algunos de los pagos de intereses.
2. Intercambio de deuda por un bono a la par emitido el 28 de marzo de 1990 y con vencimiento el 31 de diciembre del 2019. Sobre este bono se reconoció la totalidad del principal y paga una tasa de interés de 6.25%. El principal e intereses de este bono cuentan con características similares a las del bono a descuento descrito en el inciso anterior.
3. Otorgamiento de nuevos créditos, los cuales podrían adherirse a cuatro alternativas, las cuales contaban con diferentes términos, en particular, monto prestado, tasa de interés cobrada y plazo.

Los bonos descritos, tanto a la par como a descuento, son conocidos como bonos Brady y cuentan con derechos contingentes sobre los ingresos por exportaciones petroleras de México, los cuales son conocidos como los "Value Recovery Rights"(VRRs). Los anteriores derechos contemplan pagos trimestrales entre julio de 1996 a diciembre del 2019. Los VRRs son instrumentos por los cuales el Gobierno Federal realiza pagos a los tenedores de los bonos Brady en caso de que los precios del petróleo, o el volumen de exportación de la mezcla mexicana se eleven de manera significativa respecto a sus niveles de 1989.

Durante mucho tiempo las condiciones del mercado petrolero ocasionaron que los derechos sobre los ingresos por exportaciones petroleras (VRRs) fueran ignorados o bien considerados con un valor prácticamente nulo. Sin embargo, debido a los altos precios del petróleo registrados en los últimos meses y la cercanía de los primeros pagos potenciales de los VRRs, su análisis y valuación han cobrado mayor interés e importancia. El objetivo del presente trabajo es valorar dichos derechos. De este tipo de ejercicios se pueden desprender importantes implicaciones. Por ejemplo, se pueden obtener diferentes estrategias de recompra de títulos en caso de existir una asimetría entre lo que el mercado y las autoridades estiman como el valor de los VRRs.

En el presente trabajo se describen brevemente las principales características de los VRRs y se valúan dichos derechos a través de la metodología para valorar opciones. En la segunda sección se describen en detalle las características de los VRRs así como los

límites y cláusulas especiales mediante las cuales se determinan los pagos. La tercera sección aborda la problemática de la valuación de los VRRs, para lo cual se simplifican algunos de los términos y cláusulas legales que determinan sus pagos. En esta sección se comprueban los supuestos utilizados para la valuación de los VRRs como opciones sobre promedios geométricos del precio del petróleo. Por último se presenta la valuación de los VRRs.

2. Descripción de los "Value Recovery Rights" (VRRs)

Los bonos Brady, tanto a la par como a descuento, que fueron emitidos a cambio de la deuda del Gobierno Mexicano en poder de los bancos comerciales internacionales, tienen una cláusula de pagos adicionales en función de los ingresos por exportaciones petroleras de México. Los pagos adicionales se realizarán trimestralmente entre el 1o de julio de 1996 y el 31 de diciembre de 2019 y son conocidos como VRRs (Ver el documento: The United Mexican States, 1989-92 Financial Package, September 15, 1989 y Value Recovery Rights (VRRs)", Ricardo Cervera Lomelin, ITAM, 1996 (mimeo).). Cada uno de los posibles pagos trimestrales, para la totalidad de VRRs emitidos, se determina con base en la siguiente fórmula:

$$.3[\text{Max}(\text{COP}-\text{ROP}, 0)*\text{CEV}*91 \text{ días}*PP] \quad (1)$$

donde:

COP: (current oil price) es el precio promedio diario del barril de exportación mexicano en el año anterior a la determinación del pago. Por ejemplo, el COP para septiembre de 1996 es igual al promedio diario del precio de exportación de la mezcla mexicana de septiembre de 1995 a septiembre de 1996.

ROP: (reference oil price) es un precio de 14 dólares por barril, el cual es ajustado anualmente por la inflación estadounidense. El referido ajuste por la inflación norteamericana empieza a partir del 30 de junio de 1990. Los 14 dólares por barril reflejan el precio de la mezcla mexicana durante el periodo de la renegociación de la deuda (1989).

CEV: (current export volume) es el volumen promedio diario de exportación de petróleo durante el año anterior a la fecha en la que se determina el pago. Por ejemplo, el CEV para septiembre de 1996 es igual al promedio diario del volumen de exportación de petróleo de septiembre de 1995 a septiembre de 1996.

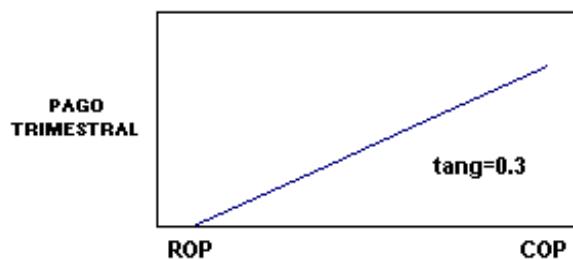
PP: (participation percentage) es el porcentaje del principal de deuda que podía ser renegociada dentro del paquete financiero propuesto en 1989 que fue intercambiado por bonos. Este porcentaje es cercano al 90%, ya que de los 52 m.m.d de deuda gubernamental en poder de la banca comercial internacional, 47.8 m.m.d. fueron intercambiados por bonos a la par y a descuento.

El pago descrito por la ecuación (1) se realiza un trimestre después de que se determinan todas las variables correspondientes. Por ejemplo, el posible pago en diciembre de 1997 se determina en función de los precios y volúmenes de exportación del petróleo hasta septiembre de dicho año.

La ecuación (1) puede ser interpretada como una opción europea tipo "call" (Una opción europea tipo "call" es aquella en la cual su tenedor tiene el derecho a comprar el activo subyacente a un precio predeterminado en la fecha de vencimiento de la opción.) sobre el precio promedio del petróleo (que al fin del trimestre para el cual se calcula se puede representar como: $.3[\text{Max}(\text{COP}-\text{ROP}, 0)]$), que a su vez es multiplicada por el volumen de la producción de petróleo (CEV) entre otros términos. Esta interpretación de los VRRs se atribuye a que éstos pagan la diferencia entre

las variables COP y ROP, pero sólo en el caso en que dicha diferencia sea positiva. Es decir, es como si el tenedor del VRR comprará el activo COP a cambio de pagar el activo ROP, pero sólo si dicha operación le resulta favorable, lo cual ocurre cuando COP es mayor a ROP. Los VRRs o cualquier otro tipo de instrumento financiero en el que exista una discontinuidad en la función de pago como la antes descrita, en este caso en el valor cero, se puede modelar como una opción financiera. Para el caso de los VRRs, entre mayores sean los precios y los volúmenes de exportación de petróleo, mayor será el pago correspondiente a los tenedores de los VRRs. Es decir, entre mayores sean los ingresos derivados de la exportación petrolera, mayor será el valor de los VRRs. La parte de los pagos trimestrales descritos por la opción tipo call de la ecuación (1) se puede ilustrar como:

Gráfica 1



Como se explicó anteriormente, los VRRs son derechos sobre los ingresos petroleros del Gobierno Mexicano. Sin embargo, el pago de estos derechos (ecuación (1)) está limitado por diversas cláusulas, las cuales se presentan a continuación.

2.1 Límite respecto a los ingresos totales

El pago descrito en la ecuación (1) no podrá ser mayor a :

$$.3[\text{Max}(\text{OER}-\text{BRA}, 0)*\text{PP}] \quad (2)$$

donde:

OER: (oil export revenue) es el ingreso bruto por exportaciones petroleras en los últimos 3 meses, medido como el promedio trimestral de los ingresos del último año. Por ejemplo, el OER para septiembre de 1996 es igual al ingreso trimestral promedio entre septiembre de 1995 y septiembre de 1996.

BRA: (base revenue amount) es el producto de 1.25 millones de barriles por 91 días por ROP, el precio de referencia del petróleo definido anteriormente. Este nivel de 1.25 millones de barriles diarios se determinó por ser una cifra cercana al promedio del volumen diario de exportación de petróleo en las fechas cercanas a la emisión de los bonos Brady.

Esta cláusula tiene por objeto limitar la participación de los tenedores de los VRRs en los ingresos petroleros que rebasen significativamente el nivel de ingreso que se tenía en 1989. Es decir, se buscó poner un límite a la ecuación (1) en función del ingreso base que registraba Pemex en la fecha en la que se emitieron los bonos Brady.

2.2 Límite de pago máximo por trimestre

Los pagos máximos trimestrales de los VRRs no podrán exceder .75% del total de deuda intercambiada por bonos. Si todos los bonos Brady emitidos en marzo de 1990 siguieran en circulación, lo cual implicaría que el Gobierno Federal no hubiera emprendido recompras de estos instrumentos, el pago máximo en un trimestre por todos los VRRs sería de 358.8 millones de dólares (.75%*\$47,845.022 m.d.= \$358.838 m.d.).

Adicionalmente, los VRRs tienen una cláusula por la cual aquellos montos determinados por la ecuación (1) que no rebasen el límite respecto a los ingresos totales pero que excedan el .75% del total intercambiado por bonos, se deberán acumular anualmente para ser pagados en los siguientes periodos en los que el pago de los VRRs correspondiente a dicho periodo no sobrepasen el referido límite. La cantidad máxima que puede acumularse anualmente en los términos antes descritos es de 3% del monto total de deuda intercambiada por bonos.

El objetivo del límite descrito en el presente inciso es limitar el monto absoluto de los pagos de los VRRs. No obstante, este límite contempla la capacidad de acumular el excedente para pagos futuros. Esta disposición busca evitar la posibilidad de que en un trimestre se limite el pago, por exceder éste al .75%, y en el siguiente trimestre no se pague nada. Por esta razón, se determinó acumular anualmente los excedentes trimestrales.

El Gobierno Mexicano emitió un VRR por cada dólar de principal que la banca comercial internacional estuviera dispuesta a intercambiar por bonos a la par o a descuento. Es importante destacar que los bonos a descuento tienen una reducción en el principal del 35%, es decir, los adeudos que en 1989 eran de un dólar, sólo recibieron 65 centavos en bonos a descuento. Por lo anterior y debido a que se asignó un VRR por cada dólar de principal, a cada dólar de un bono a la par le corresponde un VRR, y a cada dólar de un bono a descuento le corresponden 1.538 (1/.65) VRRs.

Una característica importante de los VRRs es que éstos se pueden separar de los bonos Brady, por lo que se puede crear un mercado secundario de este tipo de instrumentos. Los VRRs cuentan con 17 series (A-Q), la serie A abarca 7 años (28 pagos), las series B a la P cubren un año (cuatro pagos) y la serie Q el último año y medio (6 pagos). Para poder separar los VRRs de los bonos Brady y venderlos como opciones independientes se tiene que anunciar la intención de hacerlo el 1o de julio del cuarto año anterior a la primera fecha de pago de la serie correspondiente. A la fecha no se han desprendido los VRRs de los bonos Brady, lo cual se puede atribuir a que el proceso para desprenderlos requiere de un anuncio con mucha anticipación. Esto puede reducir la liquidez de los VRRs, lo que podría disminuir su valor. No obstante lo anterior, los primeros desprendimientos de los VRRs podrían empezar a presentarse en el futuro.

3. Valuación de los "Value Recovery Rights" (VRRs)

La presente sección tiene tres partes, en la primera se describe el tipo de herramientas con las que se pretende valorar los VRRs, así como los principales supuestos sobre los cuales descansa este tipo de valuaciones. En la segunda sección se verifica que se cumplan los supuestos que se necesitan para valorar los VRRs mediante la metodología expuesta. Por último, se describe detalladamente la metodología de valuación así como los resultados que de ella se obtienen.

3.1 Metodología para valorar los VRRs

Los VRRs son derechos contingentes trimestrales que vencen en el año 2019. El propósito de esta sección es describir la metodología que se requiere para valorar todos y cada uno

de los pagos contingentes antes mencionados y no sólo los posibles pagos trimestrales más cercanos, como lo han publicado algunos bancos de inversión (por ejemplo: Bear Sterns y JP Morgan (En el caso de Bear Sterns se presenta una estimación para el valor total de los VRRs de entre 5/8 y 7/8 de un punto porcentual para los bonos par y de 1 1/8 y 1 3/8 para los bonos a descuento, sin incluir el valor de cada pago trimestral contingente.)).

Los pagos que realizan los VRRs, tal como se describieron en la ecuación (1), dependen de tres variables aleatorias: a) el precio del petróleo de exportación (COP), b) el volumen de exportación (CEV) y, c) la inflación de Estados Unidos (que afecta la determinación de ROP). Sin embargo, para facilitar el proceso de valuación de los VRRs se buscó la manera de reducir el número de variables aleatorias que los determinan, de lo contrario el grado de complejidad y margen de error en la valuación aumenta considerablemente. Para eliminar al volumen de exportación del petróleo (CEV) como variable aleatoria que afecta el valor de los VRRs se debe aceptar uno de los siguientes dos supuestos:

- El volumen de exportación de petróleo es una variable aleatoria independiente del precio del petróleo.
- El volumen de exportación de petróleo es una constante.

Para el caso mexicano el último supuesto parece más adecuado, ya que de enero de 1994 al 30 de mayo de 1997 el volumen diario de las exportaciones petroleras tuvo una media de 1.450 millones de barriles, con una desviación estándar de tan sólo 169 mil barriles. A su vez, con el fin de eliminar el proceso estocástico al que está sujeto el precio de referencia del petróleo (ROP) incluido en la ecuación (1), se tomó la inflación de Estados Unidos como constante en un nivel de 3.13% anual para el lapso entre 1996 y el 2019. Dicho nivel inflacionario es igual al promedio de la inflación anual observada entre junio de 1985 y junio de 1996.

Con base en las simplificaciones anteriores, el componente $.3 \cdot \text{Max}(\text{COP} - \text{ROP}, 0)$ de la ecuación (1), se puede valorar como 3/10 de una opción de compra (call) sobre el precio promedio del barril de petróleo de exportación mexicano, a un precio predeterminado (14 dólares indizados anualmente a la inflación estadounidense). Posteriormente, para encontrar el valor de cada uno de los pagos de los VRRs se multiplica el valor de la opción por el valor esperado del volumen de exportación del petróleo (CEV) y por los demás coeficientes incluidos en la ecuación (1).

La práctica más común en la valuación de este tipo de instrumentos es asumir que el proceso estocástico del precio del petróleo sigue un proceso log-normal. Se dice que una variable aleatoria tiene una distribución log-normal cuando el logaritmo natural de la variable tiene una distribución normal. Esta distribución es adecuada para modelar la no negatividad en el precio de cualquier activo.

Para valorar opciones sobre los promedios de variables aleatorias se requiere la distribución de probabilidad de los promedios aritméticos. Desafortunadamente, la distribución de probabilidad del promedio aritmético de variables aleatorias que se distribuyen log-normalmente es un problema estadístico que no se ha resuelto. Sin embargo, la distribución de probabilidad del promedio geométrico de dichas variables aleatorias sí es conocido, por lo que para la valuación de los VRRs se asumió que el promedio del precio del petróleo de exportación es geométrico en lugar de aritmético. Un promedio geométrico (G) de n diferentes variables aleatorias se define como la raíz n -ésima de su producto, y el promedio aritmético (A) es la sumatoria de n diferentes variables aleatorias entre n . Lo cual se ilustra de la siguiente manera:

$$G = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$$

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Es importante señalar que el promedio geométrico es siempre inferior al promedio aritmético, por lo que el error inducido por esta metodología en la valuación de los VRRs tenderá a subestimar ligeramente su verdadero valor.

Según se describió en la sección anterior, el pago de los VRRs está limitado por ciertas cláusulas, las cuales deben ser incluidas en el proceso de valuación. Es decir, los topes a los pagos descritos por la ecuación (1) deben ser incluidos, ya que estos límites disminuyen el valor de los VRRs. Por ello, a continuación se describe como estas cláusulas pueden ser tomadas en cuenta en el proceso de valuación.

3.1.1 Límite respecto a los ingresos totales

En cuanto al límite descrito en el inciso 2.1 de la sección anterior, se pretende encontrar que dicho tope al pago de los VRRs no se aplica mas que en casos extremos, según los volúmenes de exportación de los últimos años. El límite descrito en el inciso 2.1 de la sección anterior, ejemplificado por la ecuación (2), se puede reescribir de la manera siguiente:

$$.3[\text{Max}(\text{OER}-\text{BRA}, 0)*\text{PP}] \quad (2)$$

$$\approx .3[\text{Max}(\text{COP}*\text{CEV}*91-\text{ROP}*1.25*91, 0)*\text{PP}]$$

$$\approx .3[\text{Max}(\text{COP}*\text{CEV}-\text{ROP}*1.25, 0)*91*\text{PP}] \quad (3)$$

Como se puede apreciar en la ecuación (3), el ingreso bruto trimestral promedio del último año (OER - oil export revenue) se puede expresar como el producto del precio de exportación de petróleo promedio anual (COP) y el volumen diario de exportación promedio durante un año (CEV) por 91 días (para convertirlo en flujo trimestral). Por otro lado, la ecuación (1) que describe la función de pago de los VRRs se puede expresar de la siguiente manera:

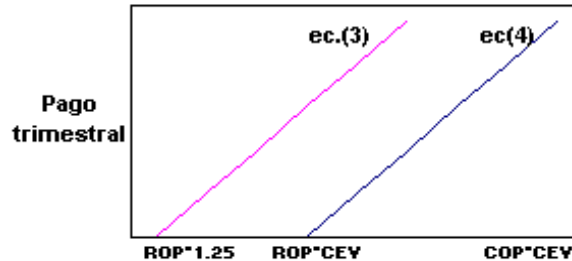
$$= .3[\text{Max}(\text{COP}*\text{CEV}-\text{ROP}*1.25, 0)*91*\text{PP}] \quad (4)$$

Al comparar las ecuaciones (3) y (4) se aprecia que ambas tienen el mismo activo subyacente (COP*CEV), la única diferencia entre ellas radica en el precio de ejercicio, siendo este igual a ROP*1.25 para la ecuación (3) y ROP*CEV para la ecuación (4).

Si asumimos que el valor esperado del volumen diario de exportación de petróleo promedio (CEV) es superior a 1.25 millones de barriles diarios, entonces el límite descrito en la ecuación (3) nunca se aplicaría. Esto se debe a que el activo subyacente de las opciones de la ecuación (3) y (4) es el mismo, pero el precio de ejercicio de la opción descrita en la ecuación (3) sería siempre menor a aquél de la ecuación (4). Esto se puede

apreciar en la gráfica 2.

Gráfica 2



Como se puede observar de la gráfica 2, el valor de la ecuación (3) siempre será superior al de la ecuación (4). Es decir, el valor del límite será siempre superior al de la ecuación de pago (1), por lo que se puede prescindir de dicho límite sin ningún inconveniente. El resultado antes descrito se debe a que dicho límite busca reducir los pagos de los VRRs en caso de que se presenten incrementos en el precio del petróleo y el volumen de exportación disminuya considerablemente, lo cual, dados los volúmenes de exportación actuales no parece que vaya a ocurrir.

3.1.2 Límite de pago máximo por trimestre

El límite descrito en la sección 2.2 anterior, se puede descomponer en dos partes: el tope máximo al pago en cada trimestre (.75% del total de deuda intercambiada por bonos), y el excedente sobre dicho tope que debe ser acumulado para complementar los pagos adicionales de aquellos trimestres en los que el pago trimestral sea inferior a dicho límite. El pago máximo por trimestre se puede modelar como un tope a la opción descrita en la ecuación (1), lo cual es equivalente a la venta de una opción tipo call, pero con un precio de ejercicio mayor al de la ecuación (1). Esta opción se puede describir de la siguiente manera:

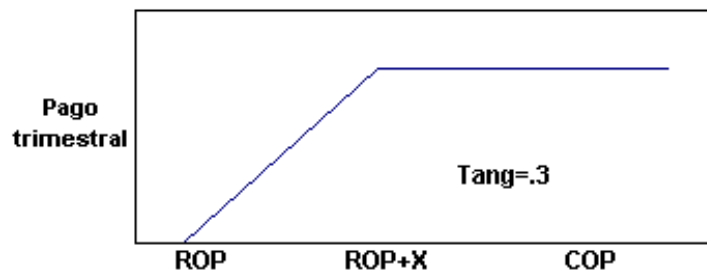
$$.3[\text{Max}(\text{COP}-(\text{ROP}+X), 0)*\text{CEV}*91*\text{PP}] \quad (5)$$

donde:

X: es igual a 9.53 dólares, y representa la máxima diferencia entre COP y ROP (cantidad "in the money"), tal que el pago descrito por la ecuación (1) para un trimestre en particular no sea mayor al .75%. Es decir, la diferencia máxima entre el activo subyacente y el precio de ejercicio, para que el pago de cada VRR no exceda el límite de .75%. En otras palabras, un excedente del activo subyacente sobre el precio de ejercicio de 9.53 dólares hace que el pago determinado por la ecuación (1) para cada VRR sea de .75% para un volumen de exportación de petróleo de 1.5 millones de barriles (de la ecuación (1): $\$9.53*.3*91*1.5 \text{ mill. Barr.}*(47.8/52)*(1/47.8 \text{ miles de millones}) = .75\%$).

De esta manera una posición larga en la opción descrita en la ecuación (1) y una corta en la opción de la ecuación (5) ejemplifica la posición de los VRRs. Esto se ilustra en la gráfica 3.

Gráfica 3



El valor de la cláusula relativa a la acumulación del excedente sobre el pago máximo descrita anteriormente depende de la trayectoria del valor del activo subyacente (en este caso el precio del petróleo). Es decir, en una fecha determinada, el pago derivado de la acumulación del pago potencial excedente no depende del precio promedio del petróleo en dicha fecha, sino del precio promedio que se observó en periodos anteriores. Esta característica convierte a los VRRs en opciones que para su valuación no sólo se necesita la distribución de probabilidad del precio del petróleo al vencimiento de cada pago, sino también su trayectoria a través del tiempo. Esto último complicaría la valuación, ya que ésta se tendría que realizar mediante aproximaciones numéricas, las cuales están sujetas a posibles errores de especificación. Por otro lado, la acumulación que se puede dar en un periodo para ser pagada en otro periodo cuenta con un límite anual, lo que reduce su valor e importancia. Por lo anterior, se decidió no incluir la cláusula relativa a la acumulación de los excedentes de los pagos máximos en la valuación de los VRRs.

3.2 Consideraciones teóricas sobre la valuación de los VRRs

Una vez descritas las condiciones de pago de los VRRs, se tiene que elegir una metodología teórica para valuarlos. Es decir, se requiere escoger el herramental analítico para valuar los VRRs. A este respecto, el paso más importante es identificar las variables aleatorias que afectan los pagos de los VRRs. Para ello, se revisó la literatura económica sobre instrumentos financieros cuyo rendimiento está vinculado al precio del petróleo.

Al igual que Gibson y Schwartz (1991), consideramos que los activos financieros ligados al precio del petróleo, como activo subyacente, están determinados por el precio del petróleo spot y por un rendimiento que ofrece el mantener inventarios petroleros, conocido como "convenience yield". Mantener inventarios de petróleo ofrece la capacidad de beneficiarse de posibles periodos de escasez, beneficio que no recibe el comprador de un contrato a futuro sobre el petróleo. Este flujo de servicios o rendimiento, neto de costos de almacenamiento, es lo que se conoce como el "convenience yield" o rendimiento por mantener petróleo.

Este rendimiento o "convenience yield" se puede entender como el beneficio de mantener inventarios petroleros, el cual aparece cuando se presentan choques que afectan en mayor medida los precios del petróleo spot o de corto plazo que a los precios de los futuros a mayor plazo. Este hecho se ve reflejado en el comportamiento tanto del precio del petróleo como de algunos otros activos, por ejemplo los metales (ver Fama y French (1988)). En dichos activos se ha encontrado que la volatilidad de los precios a futuro es menor que la de los precios spot. Estos resultados son consistentes con la teoría de inventarios y su acumulación, donde los choques de demanda u oferta afectan más a los precios spot que a los precios que se esperan en el futuro. Este comportamiento responde al hecho de que la oferta de este tipo de bienes responde a cambios en sus precios en el mediano y largo plazo ya que no se puede incrementar su oferta inmediatamente. En este sentido, el "convenience yield" puede ser visto como el pago de dividendos que recibe el que mantiene petróleo, pero no el tenedor de contratos a futuro u opciones sobre dicho producto. El "convenience yield" es lo que permite que en ocasiones se presenten precios

de futuros menores a los precios spot, lo que se conoce como un mercado invertido o "backwardation".

Para poder valorar un activo de larga maduración que depende del precio del petróleo, necesitamos utilizar el precio esperado del petróleo en el futuro y que éste no se vea afectado por choques que afectan únicamente al precio spot. Para poder valorar los VRRs que dependen del precio futuro del petróleo mexicano de exportación, utilizaremos la información contenida en los futuros del petróleo y asumiremos la hipótesis Brennan-Schwartz (1985), bajo la cual el proceso estocástico del precio spot del barril de petróleo sigue un proceso geométrico Browniano, el cual se puede modelar como:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (6)$$

donde:

S: es el precio spot del barril de petróleo.

μ : es la media del proceso del precio spot del barril de petróleo.

σ : es la desviación estándar instantánea del precio spot del barril de petróleo.

dz: es el incremento de un proceso Gauss-Wiener estándar.

dt: es el incremento en la unidad de tiempo.

Si al anterior proceso estocástico del precio del petróleo se asume adicionalmente que las tasas de interés no siguen un proceso estocástico y que el "convenience yield" es sólo una función del precio spot del petróleo (ver Brennan y Schwartz (1985)), el precio de un contrato a futuro sobre el petróleo será:

$$F_t(S, T) = S e^{(r-\delta)(T-t)} \quad (7)$$

donde:

$F_t(S, T)$: es el precio en t de un contrato a futuro que vence en T.

S: es el precio spot del barril de petróleo.

r: es la tasa de interés libre de riesgo compuesta de manera continua.

δ : es el "convenience yield" neto compuesto de manera continua.

La ecuación (7) muestra que el precio a futuro de un barril de petróleo es igual al precio spot multiplicado por un término que refleja la diferencia entre el rendimiento del bono libre de riesgo y el "convenience yield" o rendimiento por mantener petróleo. Es decir, si el rendimiento del bono libre de riesgo es mayor que el "convenience yield" el precio del barril de petróleo a futuro será mayor que el precio spot, ya que la tasa de interés jugará un papel muy importante. Si por el contrario, el "convenience yield" es mayor a la tasa de interés libre de riesgo, el precio del petróleo a futuro será menor que su precio spot, ya que el valor del dinero a través del tiempo no compensará por el rendimiento que representa mantener petróleo.

Gibson y Schwartz (1991) encuentran que aplicando el lema de Ito para cualquier activo (P) que sea función del tiempo y del precio del petróleo ($P=P(S,T)$), si éste sigue el proceso estocástico de la ecuación (6), utilizando las ecuaciones (6) y (7), la solución para dicho activo P tiene que satisfacer la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 P_{SS} + (r - \delta) S P_S - P_t - rP = 0 \quad (8)$$

donde:

P_S : es la parcial del precio del activo P con respecto al precio del petróleo (S).

P_{SS} : es la segunda parcial del precio del activo P con respecto al precio del petróleo (S).

P_t : es la primera parcial del activo P con respecto al tiempo.

El resto de las variables han sido previamente definidas.

Para desarrollar un poco de intuición sobre los ecuaciones presentadas, es importante destacar que la ecuación (8) se puede obtener de otra manera a la desarrollada por Gibson y Schwartz (1991). Lo anterior se logra si el proceso estocástico de la ecuación (6) se modela con un pago de dividendo (d), lo cual es equivalente a que el proceso estocástico tenga un rendimiento esperado de $(m - d)$ y no sólo de m , y posteriormente se utiliza la condición de ausencia de arbitraje para llegar a que $m = r$ (ver Ingersoll (1987)). Este resultado demuestra que el "convenience yield" puede ser visto como un pago de dividendos al propietario de inventarios petroleros.

Por lo antes expuesto, los VRRs, como cualquier activo $P(S,T)$, pueden valuarse como un paquete de opciones sobre el precio de exportación de la mezcla de petróleo mexicana, las cuales deben cumplir con la ecuación diferencial (8). Para poder valorar los VRRs o cualquier otro instrumento cuyo valor depende del precio del petróleo como función de una sola variable aleatoria se deben cumplir ciertos requisitos. En particular, se pretende que los VRRs sólo dependan del precio del petróleo spot como variable aleatoria y que las demás variables sean determinísticas (la tasa de interés, la volatilidad del precio del petróleo spot y el "convenience yield"). Por regla general, en la literatura sobre opciones se asume que la tasa de interés libre de riesgo y la volatilidad del activo subyacente (en este caso el petróleo) son constantes, por lo que sólo nos restaría hacer el mismo supuesto para el "convenience yield" para poder reducir el problema de valuación de los VRRs a uno con una sola variable aleatoria (En el anexo 1 se presenta una reflexión teórica sobre la posibilidad de modelar el valor de los VRRs como una función que depende de dos variables con diferentes procesos estocásticos, uno para el precio del petróleo y otro para el "convenience yield".).

3.3 Análisis sobre las principales variables que determinan el valor de los VRRs

Para poder valorar los VRRs bajo las condiciones y límites antes descritos se puede utilizar la ya muy desarrollada teoría de opciones. Esta teoría puede valorar el flujo de pagos ilustrado en la gráfica 3 como un portafolio de opciones tipo call sobre el promedio geométrico de los precios del petróleo, tal que cumpla con la ecuación (8). Como se mencionó con anterioridad, para poder utilizar esta metodología se debe verificar que el precio del petróleo y algunos otros componentes que afectan el proceso de valuación cumplan con ciertas propiedades y características en cuanto a los procesos estocásticos que las generan.

Para poder simplificar el problema en los términos antes descritos se deben verificar las propiedades de cada una de las variables. Las metodologías más utilizadas para valorar opciones, como la desarrollada por Black y Scholes (1977), asumen que sólo existe una

variable aleatoria, el precio del activo subyacente, y que las demás variables como pueden ser la volatilidad del activo subyacente y las tasas de interés, son determinísticas. En realidad, ni la volatilidad del activo subyacente ni las tasas de interés son determinísticas, y sin embargo la metodología desarrollada por Black y Scholes es comunmente utilizada. Esto último puede deberse a que por lo menos estas variables son estacionarias, es decir, tienen una media y desviación estándar constantes, lo cual reduce la gravedad de no incluirlas como una variable aleatoria independiente. Por lo anterior, a continuación se explora si el "convenience yield" y la volatilidad del precio del petróleo son estacionarias, y por otro lado se analiza si el proceso estocástico del precio del petróleo, activo subyacente de los VRRs, sigue una caminata aleatoria.

3.3.1 Estimación del "convenience yield" y sus propiedades

Como se discutió con anterioridad, el "convenience yield" puede ser analizado como el rendimiento que recibe el tenedor de inventarios petroleros. En la presente sección, al igual que Gibson y Schwartz (1991), asumiremos que el "convenience yield" tiene una curva de rendimiento o estructura similar a la de las tasas de interés. Es decir, existe un "convenience yield" de corto, mediano y largo plazo, a la vez que se pueden obtener los "convenience yields" forward o implícitos por su estructura de rendimiento.

La ecuación (7) presenta cómo se pueden determinar los precios de los futuros conociendo el precio spot del petróleo, el "convenience yield" y la tasa de interés libre de riesgo. De la ecuación (7) se pretende obtener el "convenience yield" del petróleo si es que se cuenta con las demás variables involucradas. Según Brennan-Schwartz (1985) y Gibson-Schwartz (1991) no existe un verdadero precio spot para el petróleo, ya que lo que se considera como precio spot del petróleo contempla entregas físicas en un tiempo de hasta treinta días. Por lo anterior, de la ecuación (7) no se puede despejar directamente el "convenience yield" ya que se desconoce el verdadero precio spot del petróleo. Por lo tanto, los autores estiman el "convenience yield" forward o implícito entre dos contratos a futuro, es decir, el "convenience yield" implícito para el periodo de tiempo intermedio entre los dos contratos respectivos. Por ejemplo, para calcular el "convenience yield" implícito o forward de un mes que empieza en once meses, éste se deriva del cociente del precio a futuro de doce meses entre el de once meses (Para este caso en particular la fórmula sería:

$$\delta_{11,12} = r_{11,12} - 12 * \ln\left(\frac{F(S,12)}{F(S,11)}\right)$$

). Si bien lo anterior es cierto, es importante destacar que Brennan y Schwartz (1985) buscan valuar inversiones físicas en recursos naturales, por lo que en dicho caso es recomendable utilizar una aproximación del verdadero precio spot. Sin embargo, los VRRs pagan en función del precio spot del petróleo observado y con entrega física máxima en treinta días. Es decir, el valor de los VRRs no depende del verdadero precio spot del petróleo, sino del observado en el mercado y que en realidad es un precio cuasi-spot y cuya entrega física no es inmediata. Por lo anterior, se calculó el "convenience yield" despejándolo directamente de la ecuación (7). Para esto último se utilizaron los precios de los futuros a doce meses, los cuales son los más lejanos y líquidos posibles, así como la tasa de los Bonos del Tesoro de E.U.A. (Treasury Bills) a un año. Con la anterior información y el precio spot del petróleo, utilizando el West Texas (WTI), se calculó el "convenience yield" a un año, no el forward como lo hicieron Gibson y Schwartz (1991).

Es importante destacar que si bien la opción es sobre el precio de la mezcla de exportación de petróleo mexicana y no sobre el WTI, el "convenience yield" puede calcularse para cualquier tipo de petróleo, ya que es una tasa de rendimiento y no tiene por que ser distinta para diferentes mezclas. La media y desviación estándar del "convenience yield" construido desde enero de 1994 al 30 de mayo de 1997 se presentan en el cuadro 1.

CUADRO 1
CONVENIENCE YIELD

	Toda la muestra	94-95	95-96-97*	94	95	96	97*
Media	12.84%	7.43%	16.52%	3.92%	10.94%	23.06%	14.24%
Desviación estándar	9.54%	6.57%	7.83%	7.16%	3.31%	5.73%	8.38%

*El último dato utilizado es al 30 de mayo de 1997.

Para verificar las características estadísticas del "convenience yield" se realizaron pruebas de estacionariedad para ver si la serie tiene media y varianza constante. Para esto último, se utilizó la serie semanal desde enero de 1994 a mayo de 1997. La prueba de estacionariedad Dickey-Fuller aumentada, sin rezagos y con constante indica que la serie es estacionaria al 95% de confianza y con un rezago, que es estadísticamente significativo, resulta ser estacionaria al 90% de confianza. Esto aparece en el cuadro 2. A partir de las propiedades anteriores podemos asumir que el "convenience yield" no es una caminata aleatoria, y que por ello, eliminarla como una variable aleatoria adicional al problema de valuación de los VRRs puede no ser una mala aproximación.

CUADRO 2
PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA DE DICKEY FULLER AUMENTADA PARA EL CONVENIENCE YIELD*

Número de Rezagos Utilizados	Valor de la Prueba Estadística de Dickey-Fuller Aumentada	Valores Críticos de McKinnon
NINGUNO	-3.231704	1% -3.4684
		5% -2.8778
		10% -2.5754
UNO	-2.747691	1% -3.4686
		5% -2.8779
		10% -2.5754

*Prueba realizada con constante.

Es importante destacar que el "convenience yield" ha tenido un comportamiento inusual durante 1996, lo cual se debe al incremento tan marcado que han tenido los precios del petróleo que no se ha reflejado por completo en los precios de los futuros. El "convenience yield" promedio para 1996, construido como se describió anteriormente, fue de 22.63% cuando su promedio en 1994 y 1995 fue de 3.92% y 10.94% respectivamente (ver cuadro 1). Es importante mencionar que el "convenience yield" forward de largo plazo, estimado por Gibson y Schwartz (1991) para el periodo comprendido entre noviembre de 1986 y noviembre de 1988 tuvo una media de 7.45%. Esto pone de manifiesto que en temporadas cuando el precio del petróleo es inusualmente elevado, la inclusión del "convenience yield" es muy importante, ya que es la única manera de ajustar el precio del petróleo hacia su valor esperado de largo plazo, lo cual es especialmente importante para el caso en la valuación de los VRRs.

3.3.2 Propiedades del precio del petróleo

Como se mencionó con anterioridad, la teoría de valuación de opciones descansa sobre el supuesto de que el precio del activo subyacente tiene una caminata aleatoria como proceso estocástico. Por lo tanto, para poder utilizar dicho herramental analítico necesitamos determinar si el precio spot del petróleo de exportación mexicano sigue una caminata aleatoria. Para ello, se realizó la prueba Dickey-Fuller aumentada para los precios de exportación de la mezcla de petróleo mexicano del 3 de enero de 1995 al 30 de mayo de 1997, con constante y con uno (El rezago incluido resultó no ser significativo.) y ningún rezago, no pudiendo rechazar la hipótesis nula de que el proceso del precio del petróleo es una caminata aleatoria. Los resultados se presentan en el cuadro 3.

CUADRO 3

PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA DE DICKEY FULLER AUMENTADA PARA EL PRECIO SPOT DEL PETRÓLEO DE EXPORTACIÓN MEXICANO*

Número de Rezagos Utilizados	Valor de la Prueba Estadística de Dickey-Fuller Aumentada	Valores Críticos de McKinnon
NINGUNO	-2.367843	1% -3.4410 5% -2.8655 10% -2.5689
UNO	-2.329295	1% -3.4411 5% -2.8655 10% -2.5689

*Prueba realizada con constante.

3.3.3 Características de la volatilidad de los precios del petróleo

En la presente sección se pretende evaluar si la volatilidad histórica del precio del petróleo de la mezcla mexicana es una variable aleatoria, o bien es una serie estacionaria, y por otro lado buscar la mejor estimación posible de la volatilidad del precio del petróleo para incluirla en la valuación de los VRRs.

3.3.3.1 Propiedades estadísticas de la volatilidad histórica del precio de la mezcla mexicana

La mayoría de los modelos utilizados para valorar opciones asumen que la varianza del activo subyacente es constante durante la vida de la opción. Si bien este supuesto no se cumple para casi ningún activo, este tipo de modelos siguen siendo los más utilizados. Sin embargo, es recomendable verificar las propiedades estadísticas de la volatilidad del precio del petróleo. En particular, se realizó la prueba Dickey-Fuller aumentada para determinar si la serie es estacionaria.

La volatilidad histórica del precio del petróleo de exportación mexicano fue calculada como la desviación estándar del logaritmo natural del cociente diario de precios de la mezcla mexicana, es decir, el cociente del precio de la mezcla mexicana observado en (t) entre el observado en (t-1). La volatilidad histórica se calculó para periodos de 5, 10 y 20 observaciones, entre el 3 de enero de 1995 y el 30 de mayo de 1997, las cuales según la prueba Dickey-Fuller aumentada con constante, resultaron ser estacionarias al 99% de confianza considerando ningún y un rezago (El rezago resultó ser significativo para las pruebas con 5 y 20 observaciones.) (ver cuadro 4).

CUADRO 4

PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA DE DICKEY FULLER AUMENTADA PARA LAS VOLATILIDADES HISTÓRICAS DE 5 , 10 Y 20 DÍAS DEL PRECIO SPOT DEL PETRÓLEO DE EXPORTACIÓN MEXICANO*

VOLATILIDAD HISTÓRICA DE 5 DÍAS		
Número de Rezagos Utilizados	Valor de la Prueba Estadística de Dickey-Fuller Aumentada	Valores Críticos de McKinnon
NINGUNO	-8.440716	1% -3.4411
		5% -2.8655
		10% -2.5689
UNO	-8.793588	1% -3.4411
		5% -2.8655
		10% -2.5689
VOLATILIDAD HISTÓRICA DE 10 DÍAS		
NINGUNO	-5.274516	1% -3.4411
		5% -2.8655
		10% -2.5689
UNO	-5.308800	1% -3.4411
		5% -2.8655
		10% -2.5689
VOLATILIDAD HISTÓRICA DE 20 DÍAS		
NINGUNO	-8.346709	1% -3.4412
		5% -2.8656
		10% -2.5689
UNO	-8.940861	1% -3.4412
		5% -2.8656
		10% -2.5689

*Prueba realizada con constante.

3.3.3.2 Estimación de la volatilidad implícita en los precios de las opciones sobre los futuros del precio del petróleo.

La volatilidad implícita en la opciones sobre los futuros del precio del petróleo fue calculada tal como lo hicieron Gibson y Schwartz (1991). Para lo cual, se debe asumir que la volatilidad implícita de las opciones sobre contratos a futuro es una buena aproximación de la volatilidad del precio del petróleo spot. Esto es posible si asumimos que el precio de los futuros del petróleo es función del precio del petróleo spot y el tiempo a vencimiento. Para calcular las volatilidades implícitas se utilizó el modelo propuesto por Black (1976) para valorar opciones europeas sobre futuros. Como es sabido, las opciones de compra (call) americanas y europeas tienen el mismo valor en ausencia de dividendos, lo que no sucede con las opciones de venta (put). Por lo anterior, la fórmula de Black (1976) sólo puede utilizarse para valorar opciones europeas y opciones americanas tipo call que no paguen dividendos. Debido a que las opciones sobre los futuros del petróleo son

americanas, en la presente sección sólo se utilizaron opciones de compra (call) para determinar la volatilidad implícita.

Utilizando esta metodología la volatilidad implícita para un día en particular es el resultado de ponderar la volatilidad implícita de opciones con diferentes fechas de vencimiento y precios de ejercicio. Esta ponderación se realizó según su elasticidad con respecto a la volatilidad, tal como se describe en la siguiente fórmula:

$$WISD = \frac{\sum_{j=1}^N \sigma_j \frac{\partial w_j}{\partial \sigma_j} * \frac{\sigma_j}{w_j}}{\sum_{j=1}^N \frac{\partial w_j}{\partial \sigma_j} * \frac{\sigma_j}{w_j}} \quad (9)$$

donde:

WISD: es la volatilidad implícita del precio del petróleo spot ponderada en un día respectivo.

w_j: es el precio de la opción "j" para un día respectivo.

σ_j: es la desviación estándar implícita por el precio de las opciones sobre los futuros del precio del petróleo para un día respectivo.

N: número total de opciones para un día respectivo.

Se construyó una serie diaria para la volatilidad implícita según la ecuación (9) desde el 26 de junio de 1996 al 30 de mayo de 1997, fechas para las cuales se obtuvieron los precios de las opciones que se requieren (Los precios de estas opciones se obtuvieron a través del Sistema de Información Bloomberg.). Debido a lo reducido de la muestra, el WISD sólo será utilizado como estimador puntual de la volatilidad de los precios del petróleo y no para comprobar las propiedades estadísticas de largo plazo de dicha serie. Por lo anterior, la valuación de los VRRs se realizó utilizando el promedio de la desviación estándar implícita en las opciones sobre los futuros del petróleo (23%).

Debido a los resultados obtenidos en los incisos 3.3.1, 3.3.2 y 3.3.3 de la presente sección en cuanto a las propiedades estadísticas del "convenience yield", el precio de la mezcla mexicana y su volatilidad respectivamente, se pueden valorar los VRRs como un portafolio de opciones que cumplen con los supuestos necesarios para poder utilizar la ecuación diferencial (8).

3.4 Valuación de los VRRs a través de la valuación de opciones sobre promedios geométricos de variables aleatorias que siguen un proceso estocástico "Browniano"

Como se mencionó anteriormente, los VRRs se pueden valorar como un portafolio de opciones sobre el precio de exportación de la mezcla de petróleo mexicano. Es importante recordar que el valor de la opción se determina 3 meses antes de su pago, por lo que la opción valuada en la fecha en la cual se determina el pago debe ser descontada por la tasa de interés del trimestre en el cual se difirió su pago. Este cálculo es equivalente a descontar el valor de la opción que paga en la fecha en la cual se determina el pago, a la tasa de interés forward trimestral que existe entre la fecha en la que se determina y en la que se realiza el pago.

La valuación de opciones de promedios geométricos de activos con un proceso estocástico geométrico Browniano tiene diferentes soluciones, dependiendo del tiempo en

el que se compute el promedio (Ver Ingersoll 1995 y Rubinstein 1996.). Para los VRRs el tiempo para el cual se promedia el precio del petróleo corresponde al año anterior a la determinación del pago trimestral. Por lo tanto, para valuar las opciones que replican los VRRs se requiere de las siguientes ecuaciones:

1) Cuando el vencimiento de la opción es mayor al tiempo en el que se realiza el promedio, es decir, cuando el lapso en el que se promedia la variable aleatoria no ha comenzado aún:

$$C_G = S e^{-\delta\tau - gT} N(h_G) - X e^{-r\tau} N(h_G - \sigma\sqrt{\tau - 2T/3}) \quad (10)$$

donde:

$$h_G = \frac{\ln(S/X) + (r - \delta + 5\sigma^2)\tau - (g + (\sigma^2/3))T}{\sigma\sqrt{\tau - 2T/3}}$$

$$g = 5(r - \delta + (\frac{\sigma^2}{6}))$$

S: activo subyacente.

X: precio de ejercicio.

N: distribución de probabilidad normal.

δ : "convenience yield"

r: tasa de interés, para lo cual se utilizó la curva de rendimiento de los bonos del Tesoro de E.U.A.

σ : desviación estándar del logaritmo natural del precio relativo del activo subyacente.

τ : tiempo que le queda a la opción por vencer.

T: tiempo durante el cual se promediará el activo subyacente.

2) Cuando el vencimiento de la opción es menor al tiempo en el que se realiza el promedio, es decir, el periodo en el que se promedia la variable aleatoria ya comenzó:

$$C_G = S^{\frac{\tau}{T}} G^{\frac{1-\tau}{T}} e^{-(\delta+p)\tau} N(h_G) - X e^{-r\tau} N(h_G - \sigma\frac{\tau}{T}\sqrt{\tau/3}) \quad (11)$$

donde:

$$h_G = \frac{\ln\left(\frac{S}{G} \frac{1-\tau}{T} e^{-(\delta+p)\tau} / X\right) + (5\sigma^2\tau) + r\tau}{\sigma \frac{\tau}{T} \sqrt{\tau/3}}$$

$$p = (r - \delta)\left(1 - 5\frac{\tau}{T}\right) + 5\sigma^2 \frac{\tau}{T} \left(5 - \frac{\tau}{3T}\right)$$

G: promedio observado de la variable aleatoria a la fecha de valuación de la opción.

Las demás variables se definen en la ecuación 10.

Cada pago trimestral contemplado en los VRRs puede ser valuado como un portafolio con una opción larga, tal como la descrita en la ecuación (1), y una posición corta, como la que se representó en la ecuación (5). Como se explicó con anterioridad, dicho portafolio debe ser descontado por la tasa de interés forward existente entre la fecha en la que vence la opción y en la que se paga. Con base en los anteriores supuestos, el valor al 30 de mayo de 1997 de los VRRs adheridos en los bonos Brady a la par y a descuento será la suma de 90 portafolios trimestrales como el descrito anteriormente.

Es importante destacar que el valor de los VRRs, como el de cualquier portafolio de opciones, depende sensiblemente del precio de su activo subyacente y su volatilidad, en este caso el precio de exportación de la mezcla de petróleo mexicana y su volatilidad. Por lo tanto, incrementos en el precio del petróleo y en su volatilidad incrementarán el valor de los VRRs. El precio del petróleo utilizado para valuar los VRRs fue el registrado el 30 de mayo de 1997, fecha en la cual la mezcla de exportación de petróleo mexicano tuvo un precio de 16.75 dólares por barril.

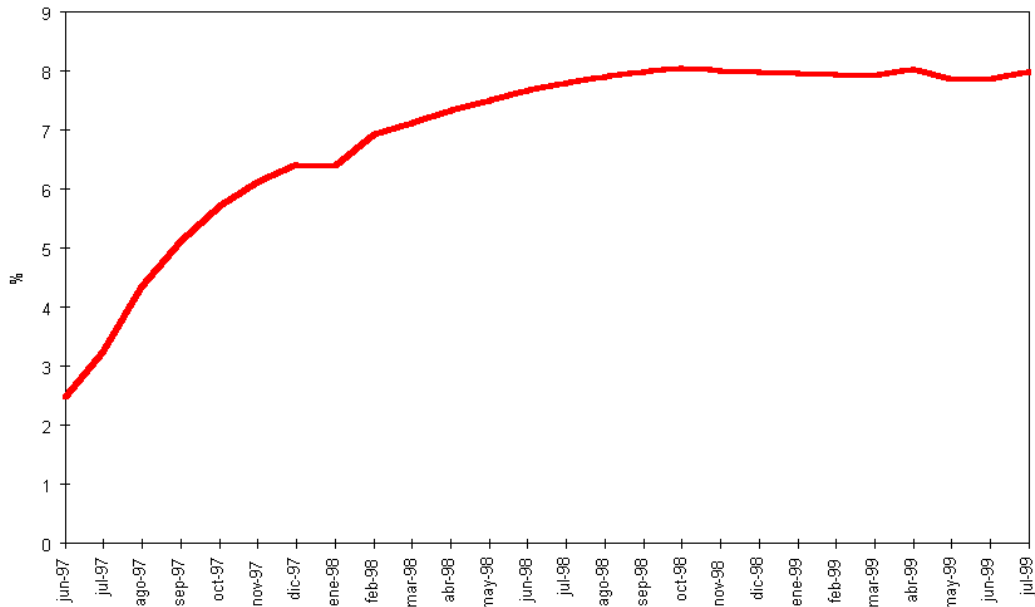
Con base en las conclusiones de las secciones anteriores, relativas a la volatilidad de los precios del petróleo y el "convenience yield", los VRRs fueron valuados utilizando una desviación estándar constante e igual al promedio de las desviaciones estándar implícitas en las opciones sobre los futuros del petróleo registrado entre agosto de 1996 y mayo de 1997 (23%).

Para valuar los VRRs es necesario utilizar el "convenience yield" adecuado, en particular, aquél que descuenta el mercado a través de los futuros del petróleo. La gráfica 4 presenta la curva de rendimiento del "convenience yield" (La cual fue construida en los términos expuestos en el apartado 3.3.1.) al 30 de mayo de 1997, en la cual se puede apreciar que el mercado anticipa un "convenience yield" de largo plazo cercano al 8%.

Es importante mencionar que el "convenience yield" es el mecanismo por el cual el mercado refleja sus diferentes expectativas sobre el comportamiento de los precios del petróleo spot y a futuro. Por ejemplo, "convenience yields" elevados reflejan que el mercado espera que los precios del petróleo se reduzcan en el futuro, y viceversa en caso de ser "convenience yields" bajos, lo cual debe ser incorporado en la valuación de los VRRs.

GRÁFICA 4

CURVA DE RENDIMIENTO DE CONVENIENCE YIELD VALUADO AL 30 DE MAYO DE 1997



Si contáramos con precios a futuro del petróleo hasta el año 2019, fecha en la que vencen los Bonos Brady, lo más recomendable para valorar los VRRs sería utilizar el "convenience yield" implícito en los precios de dichos futuros hasta dicha fecha. Esta alternativa permitiría utilizar la mejor aproximación de lo que el mercado espera que le pase al precio del petróleo en el futuro. Sin embargo, no existen futuros del precio del petróleo con vencimientos tan distantes. Por lo anterior, para valorar los VRRs se utilizó el "convenience yield" implícito en los futuros del petróleo hasta el segundo trimestre (junio) de 1999. Para valorar las opciones con vencimientos posteriores a dicha fecha se mantuvo constante el valor del "convenience yield" más lejano, el cual era igual a 7.86%.

Cualquier procedimiento para determinar el "convenience yield" esta sujeto a críticas, sin embargo, consideramos que el propuesto anteriormente es razonable, ya que se apega a lo que el mercado asume será el "convenience yield" en el futuro. Por otro lado, el "convenience yield" de largo plazo registrado el 30 de mayo de 1997 (7.86%) es similar tanto a su nivel promedio registrado entre 1994 y 1995, el cual era de 7.43% (ver cuadro 1), como a los encontrados por Gibson y Schwartz (1991) para el periodo comprendido entre noviembre de 1986 y noviembre de 1988, el cual tuvo una media de 7.45%. Por lo anterior, se considera que el "convenience yield" actual refleja adecuadamente las condiciones de largo plazo del mercado petrolero, por lo que no es un mal supuesto utilizar su valor a junio de 1999 para valorar los pagos de los VRRs posteriores a dicha fecha.

La valuación de los VRRs para diferentes volúmenes diarios de exportación de petróleo esperados se presenta en el cuadro 5, en el anexo 2 se presenta el valor de cada uno de los pagos contingentes de los VRRs.

CUADRO 5

VALUACIÓN DE LOS "VALUE RECOVERY RIGHTS" EN VALOR PRESENTE				
		Volumen diario de exportación		
Principales supuestos		1.3 m barriles	1.5 m barriles	1.7 m barriles
1)convenience yield	todos los VRRs en circulación* (m.d)	843.93	908.61	965.25
de largo plazo de 7.86%	dólares por millón de VRRs	30,140	32,450	34,473
2)desviación estándar del	por ciento por unidad de Bonos a la Par	3.01%	3.25%	3.45%
precio del petróleo de 23%	por ciento por unidad de Bonos a Descuento	4.64%	4.99%	5.30%
*Nota: Se consideraron 28,000 millones de VRRs en circulación (Fuente S.H.C.P.).				

Es importante destacar que en los escenarios presentados en el cuadro 5, los VRRs adheridos a los bonos Brady tienen un valor considerable que no debe ser ignorado. El valor actual de los VRRs en circulación, asumiendo diferentes escenarios del volumen de exportación del petróleo, está entre 30,000 y 34,000 dólares por millón de VRRs. Si consideramos que actualmente existen aproximadamente 28,000 millones de VRRs, su valor estaría entre 840 y 960 millones de dólares (m.d.). Las cifras anteriores muestran que para diferentes escenarios del volumen de exportación, los VRRs

ofrecen un rendimiento porcentual adicional para los bonos a la par de entre 3.01% y 3.45% y para los bonos a descuento de entre 4.64% y 5.30% (Es importante recordar que en la presente metodología no se ha incluido ninguna consideración por riesgo de crédito en la valuación de los VRRs. Es decir, se ha considerado que el Gobierno Mexicano cumplirá sin riesgo alguno con cada pago contingente de los VRRs, por lo que la valuación presentada podría modificarse según la percepción del riesgo país en México.).

Por otro lado, es importante que el Gobierno Federal siga de cerca el mercado petrolero, y las condiciones de la plataforma de exportación de petróleo de Pemex, ya que de esta información se pueden determinar diferentes estrategias de recompra de bonos Brady que reduzcan el costo de la deuda pública.

4 Conclusiones

Los VRRs son opciones sobre los ingresos petroleros mexicanos adheridos a los bonos Brady, los cuales, dadas las condiciones en el mercado petrolero habían sido ignoradas o parecían tener un valor prácticamente nulo hasta hace poco tiempo. Sin embargo, el comportamiento reciente de los precios del petróleo ha incrementado el interés por estas opciones, las cuales son descritas y valuadas en el presente trabajo. Los VRRs son derechos sobre los ingresos petroleros, los cuales se determinan en función del precio promedio de exportación de la mezcla mexicana. En particular, se valoraron los VRRs como un paquete de opciones sobre el promedio del precio del petróleo con la teoría para valorar opciones sobre el promedio geométrico de variables aleatorias, ya que no existen fórmulas reducidas para valorar los promedios aritméticos de dichas variables. Esta metodología permite valorar todas las opciones incluidas en los VRRs, no únicamente los siguientes dos o tres pagos como ha sido publicado por algunos bancos de inversión.

Los resultados del presente trabajo muestran que para diferentes escenarios del volumen de exportación de petróleo, los VRRs son derechos con un valor que actualmente oscila alrededor de 32,000 dólares por millón de VRRs, que en la actualidad en su conjunto equivalen a aproximadamente 900 millones de dólares. Estos valores corresponden a un rendimiento porcentual adicional para los bonos a la par de entre 3.01% y 3.45% y para los bonos a descuento de entre 4.64% y 5.30%.

El Gobierno Federal puede emprender recompras de bonos Brady, o bien sólo de los VRRs, si considera que dichas opciones tienen un valor mayor al que el mercado les asigna. Esta situación se puede presentar por diversas circunstancias, destacando: a) si las autoridades consideran que el "convenience yield" será menor al que espera el mercado, b) por incrementos en el precio de la mezcla mexicana atribuibles a mejoras en la calidad del petróleo exportado (por ejemplo, un aumento en la exportación de petróleo Olmeca sobre el Itsmo) y; c) si Pemex tiene intenciones de incrementar su plataforma de exportación petrolera.

Referencias

Bear, Stems & Co. Inc., "Mexico: Rise in Oil Prices Likely To Push Value Recovery Rights Into The Money," *New York*, Septiembre 1996.

Brennan, M. y E. Schwartz, "Evaluating Natural Resource Investments," *Journal of Business*, Vol. 58, No 2, 1985.

Cervera, R., "Value Recovery Rights (VRRs), ITAM, 1996, (mimeo).

Fama, E. and K. French, "Business cycles and the behavior of metals prices", *Journal of Finance* 43, 1075-1094, 1988.

Gibson, R. y E. Schwartz, "Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims," *The Journal of Finance*, Vol. XLV, No 3, 1990.

Gibson, R. y E. Schwartz, "Valuation of Long Term Oil-Linked Assets," Lund, D. y B. Oksendal (editors), *Stochastic Models and Option Values*, Applications to Resources, Environment and Investment Problems, *Elsevier Science Publishers*, 1991.

J.P. Morgan Securities Inc., "Mexico Value Recovery Right Update and Sensitivity Analysis," New York, Octubre 1996:

Ingersoll, J., "Theory of Financial Decision Making," *Rowman and Littlefield Publishers*, 1987.

Ingersoll, J., "Contracts with Path Dependant Payoffs: Asian Options," Yale University, School of Management, 1995, unpublished.

Rubinstein, M., "Exotic Options," *Finance Working Paper*, No 220, Haas School of Business, University of California at Berkeley, 1991.

ANEXO 1

Consideraciones teoricas sobre la valuación de los VRRs

Como se describió anteriormente, los VRRs pueden ser valuados como instrumentos con una sola variable aleatoria, o bien como función de más variables aleatorias. A este respecto, Gibson y Schwartz (1990) desarrollaron un modelo para valorar instrumentos cuyo valor depende de dos variables aleatorias, el precio spot del petróleo y el "convenience yield" ($B=f(S, \delta)$). En dicho planteamiento se proponen dos procesos estocásticos de la siguiente forma:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma_1 dz_1 \quad (12)$$

$$d\delta = k(\alpha - \delta)dt + \sigma_2 dz_2 \quad (13)$$

donde:

S : es el precio spot del barril de petróleo.

μ : es la media del proceso del precio spot del barril de petróleo.

dz : es el incremento de un proceso Gauss-Wiener estándar.

k : es el factor de reversión a la media del proceso estocástico del "convenience yield".

α : es la media de largo plazo del "convenience yield".

σ_1 : es la desviación estándar del precio spot del petróleo.

σ_2 : es la desviación estándar del "convenience yield".

Las demás variables fueron definidas anteriormente.

Aplicando el lema de Ito al instrumento en cuestión ($B=f(S, \delta)$), el cual está sujeto a los procesos estocásticos descritos en las ecuaciones (12) y (13), asumiendo eficiencia en los mercados y eliminando la incertidumbre en tasas de interés, dicho instrumento debe satisfacer la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{1}{2} \sigma_1^2 S^2 B_{SS} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 B_{\delta\delta} + SB_{S\delta} \rho \sigma_1 \sigma_2 + B_S S(r - \delta) + B_\delta (k(\alpha - \delta) - \lambda \sigma_2) - B_\tau - rB = 0$$

(14)

donde:

$\mathbb{1}$: es el precio de mercado por unidad de riesgo en el convenience yield.

\mathbf{r} : es la correlación entre los dos procesos Brownianos ($dz_1 * dz_2 = \mathbf{r} dt$).

B_S : es la parcial del precio del activo B con respecto al precio del petróleo (S).

B_{SS} : es la segunda parcial del precio del activo B con respecto al precio del petróleo (S).

B_t : es la primera parcial del activo B con respecto al tiempo.

$B_{\mathbb{1}}$: es la parcial del precio del activo B con respecto al "convenience yield" ($\mathbb{1}$).

$B_{\mathbb{1}\mathbb{1}}$: es la segunda parcial del precio del activo B con respecto al "convenience yield" ($\mathbb{1}$).

$B_{S\mathbb{1}}$: es la parcial cruzada del precio del activo B con respecto al precio del petróleo (S) y al "convenience yield" ($\mathbb{1}$).

Las demás variables fueron definidas anteriormente.

La ecuación diferencial anterior puede utilizarse con cualquier activo que dependa del precio del petróleo, por ejemplo, los futuros o bien los VRRs. Sin embargo, la ecuación anterior presenta algunas desventajas, en particular se deben estimar más parámetros que en el modelo de una sola variable aleatoria. Los parámetros necesarios para resolver la ecuación(14) (Para resolver la ecuación diferencial de la ecuación (14) se tienen que utilizar aproximaciones numéricas, ya que no se conocen soluciones analíticas para dicha ecuación.) son: $k, \mathbf{a}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{r}$ y $\mathbb{1}$, de los cuales todos menos $\mathbb{1}$ se pueden estimar a través de regresiones, las cuales están sujetas a errores tanto de especificación como a los propios de este tipo de métodos econométricos. El precio del riesgo en el "convenience yield" ($\mathbb{1}$) es más difícil de estimar, ya que no es directamente observable. Una manera de estimarlo es como lo proponen Gibson y Schwartz (1990), quienes lo hacen a través de los precios de los futuros. Bajo esta metodología el precio del riesgo del "convenience yield" ($\mathbb{1}$) se estima bajo un proceso de prueba y error, hasta que el resultado de la solución de la ecuación (14) coincida con el precio de los futuros que se observa en el mercado. Sería muy útil encontrar que el comportamiento del precio del riesgo del "convenience yield" es constante a través del tiempo, desgraciadamente Gibson y Schwartz (1990) encontraron evidencia de que dicha variable no es estacionaria. Por ello, en la utilización del modelo anterior para valorar los contratos a futuro del petróleo, dichos autores encontraron que el error en el precio que obtuvieron es creciente en la fecha de vencimiento de los futuros o de aquellos instrumentos que se deseen valorar, por otro lado, dicho error disminuye cuando se trata de corregir por la no estacionariedad de $\mathbb{1}$.

Si bien el modelo propuesto por Gibson y Schwartz (1990) considera explícitamente al "convenience yield" como una variable estocástica, este logro no es a ningún costo, ya que el modelo depende de manera sensible a los parámetros obtenidos en las regresiones ($k, \mathbf{a}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ y \mathbf{r}) y en particular $\mathbb{1}$, la cual no es constante sino una variable aleatoria no estacionaria. Por lo anterior, la metodología propuesta por Gibson y Schwartz (1990) es más recomendable en aquellas ocasiones en las que se desee valorar activos de corto y mediano plazo, para los cuales se pueden obtener estimaciones más confiables de las variables en cuestión.

Los VRRs cuentan con opciones que vencen hasta el 2019, por lo que la metodología propuesta en la ecuación (14) no es recomendable para valorarlos. Sin embargo, se podría

utilizar para encontrar los precios de aquellas opciones o pagos trimestrales contingentes incluidos en los VRRs y que vencen en el corto plazo (1 ó máximo 2 años).

ANEXO 2

Valuación de los VRRs en circulación utilizando la metodología para valuar opciones con promedios

geométricos*

(millones de dólares)

			Volumen diario de exportación		
			1.3 m barriles	1.5 m barriles	1.7 m barriles
	1997	III	27.49	31.71	35.94
		IV	7.43	8.57	9.72
	1998	I	3.23	3.72	4.22
		II	4.91	5.66	6.42
		III	8.59	9.91	11.22
		IV	9.34	10.74	12.11
	1999	I	11.98	13.71	15.36
		II	14.20	16.14	17.96
		III	16.05	18.13	20.05
		IV	15.07	16.94	18.63
	2000	I	16.23	18.14	19.85
		II	17.17	19.09	20.81
		III	17.92	19.84	21.54
		IV	16.54	18.25	19.74
	2001	I	17.05	18.75	20.22
		II	17.47	19.14	20.59
		III	17.79	19.43	20.85
		IV	16.39	17.86	19.12
	2002	I	16.62	18.06	19.29
		II	16.79	18.20	19.41

		III	16.92	18.31	19.48
		IV	15.59	16.83	17.89
	2003	I	15.65	16.87	17.90
		II	15.67	16.86	17.86
		III	15.67	16.83	17.80
		IV	14.46	15.51	16.38
	2004	I	14.44	15.46	16.32
		II	14.40	15.40	16.23
		III	14.33	15.31	16.12
		IV	13.25	14.13	14.87
	2005	I	13.19	14.05	14.77
		II	13.14	13.98	14.68
		III	12.97	13.78	14.46
		IV	12.07	12.81	13.43
	2006	I	11.98	12.71	13.31
		II	11.89	12.59	13.18
		III	11.79	12.48	13.05
		IV	10.94	11.56	12.08
	2007	I	10.84	11.45	11.96
		II	10.74	11.34	11.84
		III	10.64	11.22	11.71
		IV	9.87	10.40	10.84
	2008	I	9.76	10.28	10.71
		II	9.66	10.17	10.59
		III	9.54	10.04	10.45
		IV	8.87	9.33	9.70
	2009	I	8.77	9.21	9.57
		II	8.66	9.09	9.45
		III	8.55	8.98	9.32
		IV	7.96	8.34	8.66

	2010	I	7.86	8.24	8.54
		II	7.76	8.13	8.43
		III	7.66	8.02	8.31
		IV	7.13	7.46	7.73
	2011	I	7.04	7.36	7.62
		II	6.95	7.26	7.51
		III	6.85	7.16	7.41
		IV	6.39	6.66	6.89
	2012	I	6.30	6.57	6.79
		II	6.21	6.48	6.70
		III	6.13	6.39	6.60
		IV	5.71	5.95	6.15
	2013	I	5.63	5.87	6.06
		II	5.56	5.78	5.97
		III	5.48	5.70	5.88
		IV	5.11	5.31	5.48
	2014	I	5.04	5.24	5.40
		II	4.96	5.16	5.32
		III	4.89	5.08	5.24
		IV	4.57	4.74	4.88
	2015	I	4.50	4.67	4.81
		II	4.44	4.60	4.74
		III	4.37	4.53	4.66
		IV	4.08	4.23	4.35
	2016	I	4.02	4.17	4.28
		II	3.96	4.11	4.22
		III	3.90	4.04	4.16
		IV	3.65	3.78	3.88
	2017	I	3.59	3.72	3.82
		II	3.54	3.66	3.76

		III	3.49	3.61	3.70
		IV	3.26	3.37	3.46
	2018	I	3.21	3.32	3.40
		II	3.16	3.27	3.35
		III	3.11	3.21	3.30
		IV	2.91	3.01	3.08
	2019	I	2.87	2.96	3.03
		II	2.82	2.91	2.99
		III	2.78	2.87	2.94
		IV	2.60	2.68	2.75
	TOTAL		843.93	908.61	965.25

Ingreso por millón de VRRs
Valuación realizada según la metodología
para valuar opciones con promedios geométricos
(dólares por millón de VRRs)

			Volumen diario exportado		
			1.3 m barriles	1.5 m barriles	1.7 m barriles
	1997	III	981.63	1,132.65	1,283.67
		IV	265.33	306.15	346.96
	1998	I	115.20	132.92	150.64
		II	175.34	202.31	229.26
		III	306.75	353.80	400.57
		IV	333.41	383.53	432.45
	1999	I	427.95	489.73	548.64

		II	506.97	576.53	641.50
		III	573.12	647.62	716.01
		IV	538.20	604.93	665.46
	2000	I	579.50	647.82	709.08
		II	613.05	681.95	743.15
		III	639.91	708.69	769.29
		IV	590.58	651.66	705.17
	2001	I	609.04	669.58	722.30
		II	623.77	683.51	735.27
		III	635.32	694.08	744.75
		IV	585.36	637.80	682.85
	2002	I	593.43	644.95	689.04
		II	599.57	650.08	693.18
		III	604.29	653.79	695.88
		IV	556.82	601.19	638.83
	2003	I	558.98	602.39	639.14
		II	559.64	602.07	637.90
		III	559.49	600.93	635.85
		IV	516.47	553.79	585.17
	2004	I	515.83	552.30	582.92
		II	514.25	549.88	579.73
		III	511.95	546.72	575.82
		IV	473.36	504.77	531.01
	2005	I	471.11	501.80	527.40
		II	469.16	499.19	524.20
		III	463.12	492.28	516.55
		IV	431.00	457.52	479.55

	2006	I	428.00	453.90	475.40
		II	424.52	449.81	470.78
		III	420.94	445.65	466.10
		IV	390.56	413.00	431.55
	2007	I	387.16	409.07	427.18
		II	383.62	405.03	422.71
		III	379.91	400.83	418.09
		IV	352.50	371.52	387.19
	2008	I	348.69	367.26	382.55
		II	345.05	363.20	378.13
		III	340.82	358.54	373.09
		IV	316.96	333.11	346.36
	2009	I	313.13	328.89	341.83
		II	309.37	324.77	337.40
		III	305.51	320.55	332.87
		IV	284.28	298.00	309.23
	2010	I	280.77	294.17	305.13
		II	277.20	290.29	301.00
		III	273.59	286.38	296.84
		IV	254.75	266.43	275.96
	2011	I	251.44	262.85	272.17
		II	248.10	259.26	268.35
		III	244.74	255.64	264.53
		IV	228.07	238.03	246.14
	2012	I	224.96	234.70	242.62
		II	221.94	231.45	239.20
		III	218.83	228.14	235.70

		IV	204.08	212.59	219.50
	2013	I	201.24	209.56	216.31
		II	198.40	206.53	213.13
		III	195.55	203.50	209.95
		IV	182.49	189.76	195.66
	2014	I	179.89	187.00	192.76
		II	177.26	184.21	189.84
		III	174.72	181.52	187.02
		IV	163.15	169.37	174.41
	2015	I	160.77	166.86	171.78
		II	158.40	164.36	169.17
		III	156.04	161.86	166.57
		IV	145.79	151.12	155.43
	2016	I	143.55	148.77	152.98
		II	141.55	146.65	150.77
		III	139.41	144.40	148.43
		IV	130.32	134.89	138.58
	2017	I	128.36	132.83	136.44
		II	126.41	130.78	134.31
		III	124.47	128.75	132.20
		IV	116.38	120.31	123.47
	2018	I	114.65	118.49	121.58
		II	112.89	116.65	119.67
		III	111.14	114.82	117.78
		IV	103.99	107.36	110.07
	2019	I	102.39	105.69	108.33
		II	100.80	104.02	106.62

		III	99.24	102.40	104.94
		IV	92.83	95.73	98.05
	TOTAL		30,140.45	32,450.18	34,473.04